

# La (les) mesure(s) GPS

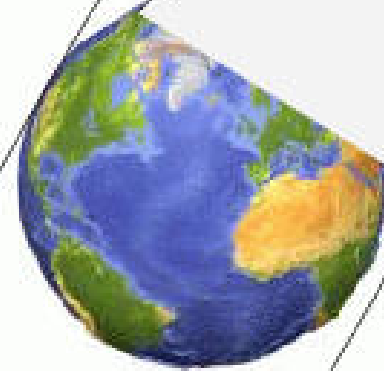
*I. Le principe de la mesure*

*II. Equation de mesure GPS*

*III. Combinaisons de mesures (ionosphère, horloges)*

*IV. Doubles différences et corrélation des mesures*

*V. Doubles différences et ambiguïtés entières*

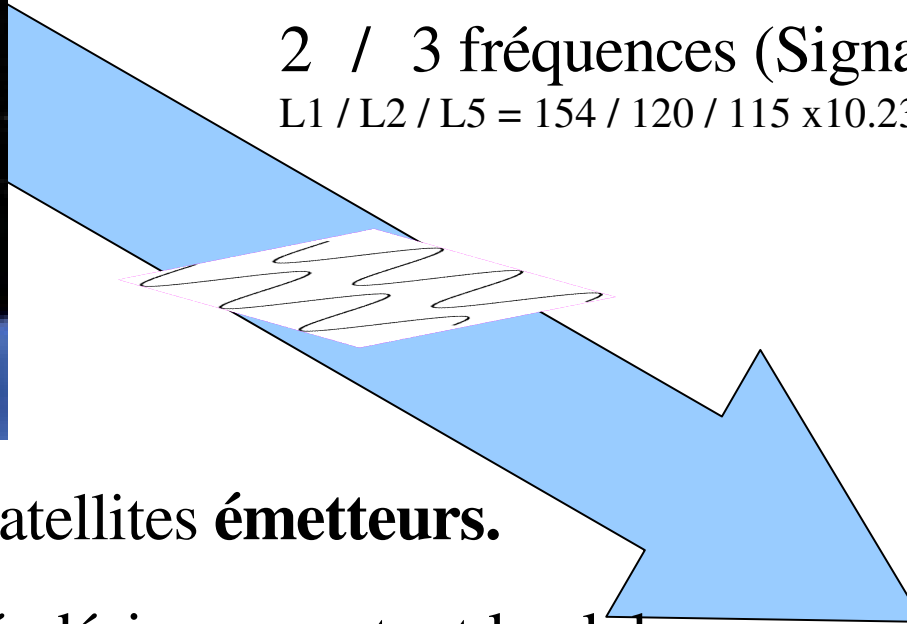


*Sylvain Loyer*

# Equation de mesure GPS : principe



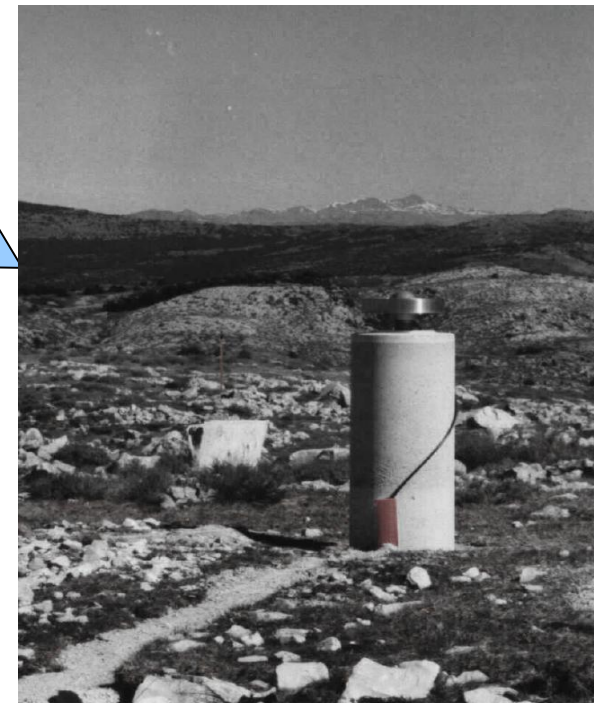
Les satellites émettent un code modulé sur  
2 / 3 fréquences (Signal radio , Bande L):  
 $L1 / L2 / L5 = 154 / 120 / 115 \times 10.23 \text{MHz} ( 19 / 24.4 / 25.5 \text{ cm} )$



Au moins 24 satellites **émetteurs**.

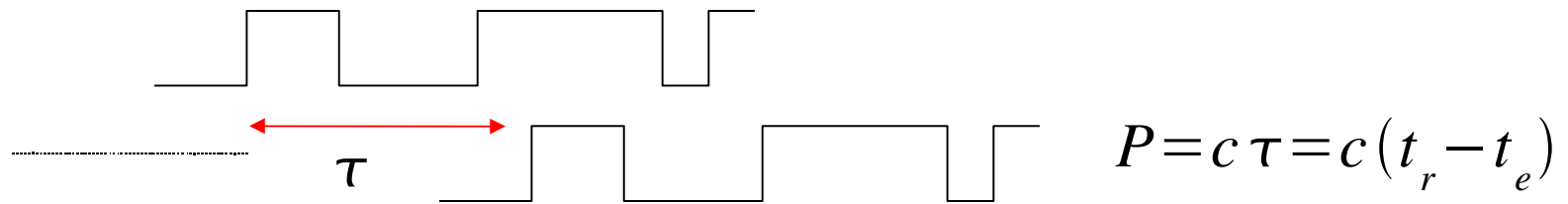
**Récepteurs** géodésiques sur tout le globe ->

- une antenne
- un récepteur qui effectue les mesures  
(récepteur multi canal et bi-fréquence)



# Mesure individuelle : code

Les récepteurs GPS mesurent par **corrélation** le décalage temporel entre le **code** reçu par l'antenne (et émis par le satellite GPS) et le **code** généré par le récepteur.

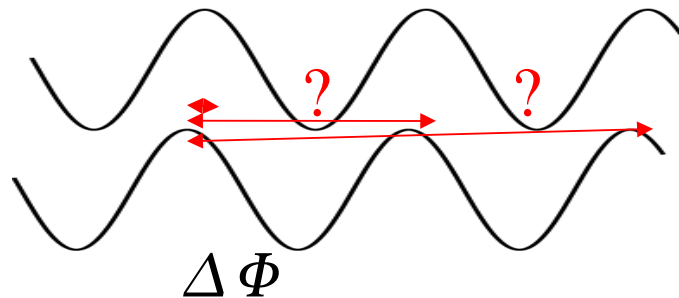


On parlera indifféremment de mesure de **code**, de **pseudo-distance**, de **range**.

**Erreur de mesure** : de l'ordre de qqs dizaines de cm, sur chaque fréquence pour les récepteurs géodésiques “code-less”.

# Mesure individuelle : phase

Les récepteurs GPS mesurent par **corrélation** la différence de **phase** entre la porteuse du signal reçu et la porteuse du signal générée par le récepteur.



$$L(\text{cycles}) = \frac{(\Phi_r - \Phi_e)}{(2\pi)}$$

**Erreur de mesure :** sub-millimétrique.  
(pour les récepteurs géodésiques)

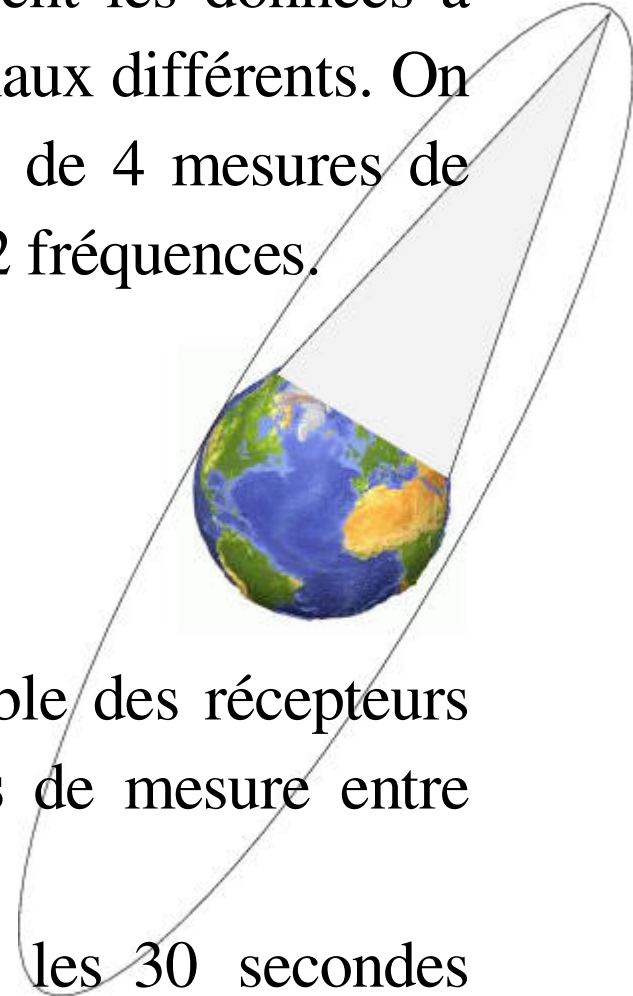
## Contexte : un réseau en “phase”

Les récepteurs géodésiques actuels enregistrent les données à 1/30 Hz ou 1 Hz en continu sur 10 ou 12 canaux différents. On dispose à chaque date de mesure (**époque**) de 4 mesures de range et de phase sur 6 canaux ou plus et sur 2 fréquences.

Soit  $24 \times 2880 \sim 70000$  mesures / jour  
et par récepteur.

Les mesures sont **simultanées** pour l'ensemble des récepteurs du globe ce qui autorise des **combinaisons** de mesure entre récepteurs.

En résumé, on dispose d'un “flash” toutes les 30 secondes enregistré par l'ensemble des récepteurs du globe.



# Equations de mesure GPS

Si les horloges étaient parfaitement synchrones le décalage serait uniquement du au retard induit par le temps de trajet.

**I.** les horloges ne sont pas synchrones :

=> le décalage entre les horloges émettrices et réceptrices participe au bilan de la mesure.

**II.** la précision de mesure est différente pour le code et la phase.

**III.** la mesure de phase est ambiguë.

# Equations de mesure GPS

$$P = c(t_r - t_e) \quad \leftarrow \text{Code}$$

$$L(\text{cycles}) = \frac{1}{(2\pi)} (\Phi_r - \Phi_e) = f(t_r - t_e) + N \quad \leftarrow \text{Phase en cycles}$$

$$L(m) = \lambda L(\text{cycles}) = c(t_r - t_e) + \lambda N \quad \leftarrow \text{Phase en mètres}$$

$$(t_r - t_e) = \tau + \Delta t_r - \Delta t_e \quad \leftarrow \text{décalages d'horloges}$$

$$P(f_i) = c(\tau_{geom} + \tau_{iono}(f_i) + \tau_{tropo} + \tau_{relat}) + c\Delta t_r - c\Delta t_e + \sigma_P$$

$$L(f_i) = c(\tau_{geom} - \tau_{iono}(f_i) + \tau_{tropo} + \tau_{relat}) + c\Delta t_r - c\Delta t_e + \lambda_i N_i + \sigma_L$$

*\*Attention au signe du “retard” ionosphérique.*

# Equation de mesure GPS

$$P(f_i) = c(\tau_{geom} + \tau_{iono}(f_i) + \tau_{tropo} + \tau_{relat}) + c\Delta t_r - c\Delta t_e + \sigma_P$$

A chaque terme son intérêt...

$\tau_{geom}$  : **Géodésie (positionnement / Rotation terrestre / Orbitographie)**

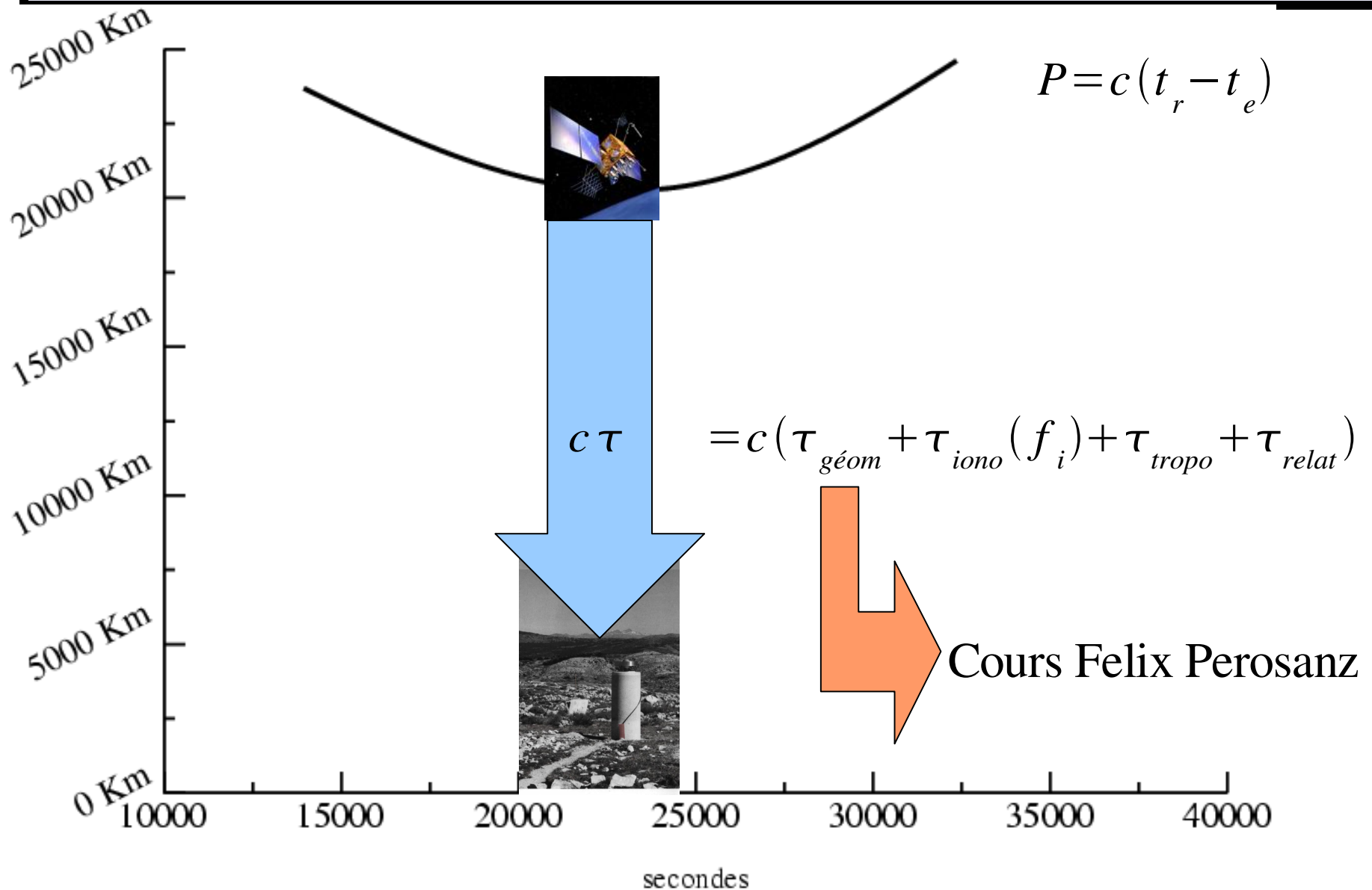
$\Delta t_r$  : Transfert de temps

$\tau_{iono}(f_i)$  : Détermination du contenu électronique de la ionosphère

$\tau_{tropo}$  : Etude de l'atmosphère



# Equation de mesure GPS : temps de trajet



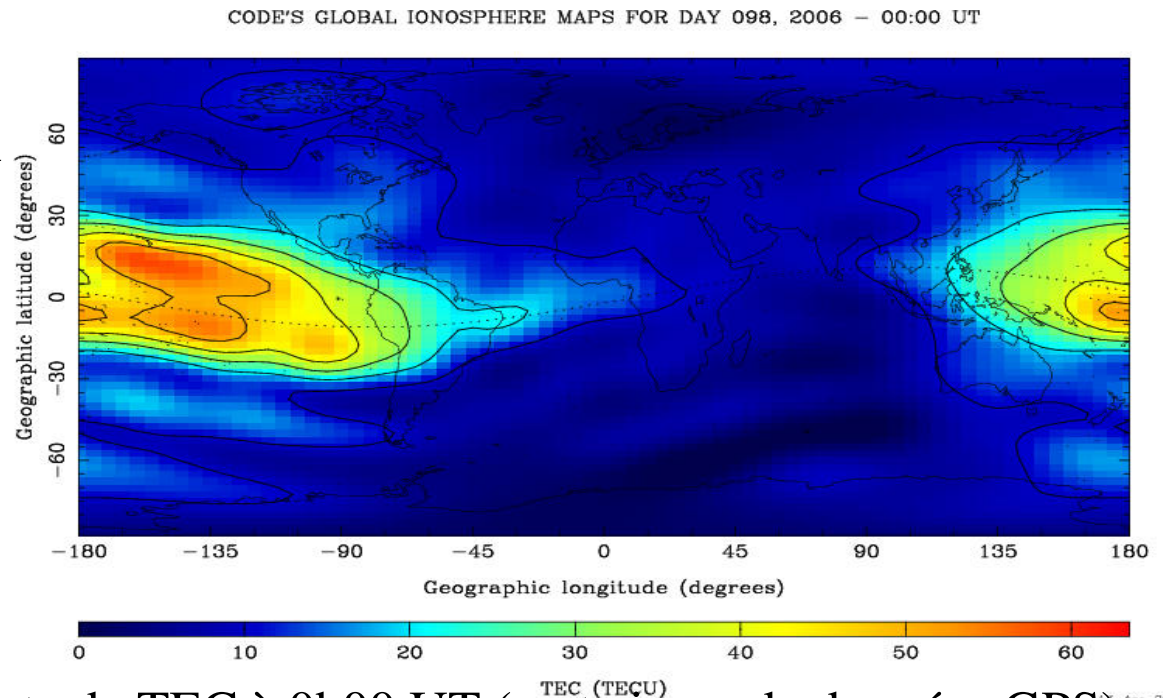
# Equation de mesure GPS

## **Petit plan pour la suite :**

- Délai ionosphérique/troposphérique/relativiste
- Biais d'horloges :
  - mesures non différenciées
  - mesures doubles différences
  - ambiguïtés entières
- Temps de trajet (après la pause avec Felix Perosanz)

# Ionosphère

L'ionosphère (220-400 km) est un milieu dispersif pour les ondes radio en bande L => **retard** du temps de trajet ou **avance** de phase dépendent de la fréquence et du contenu en électrons (TEC), fonction de l'activité solaire.



Exemple carte de TEC à 0h00 UT (carte issue de données GPS)

# Ionosphère : impact sur les mesures

À partir de 2 fréquences  
=> géométrie-free

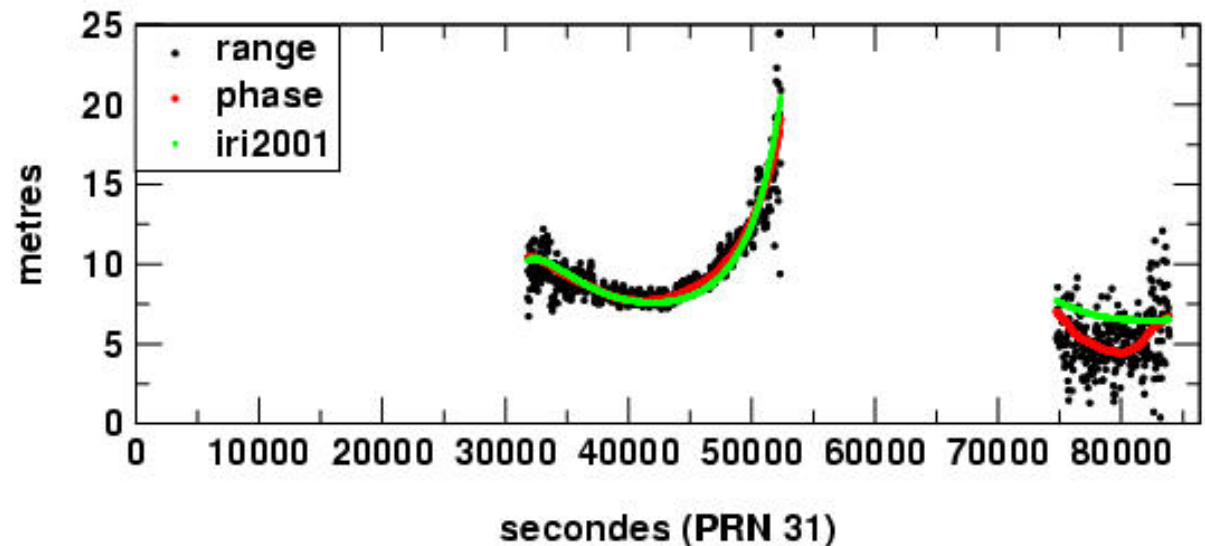
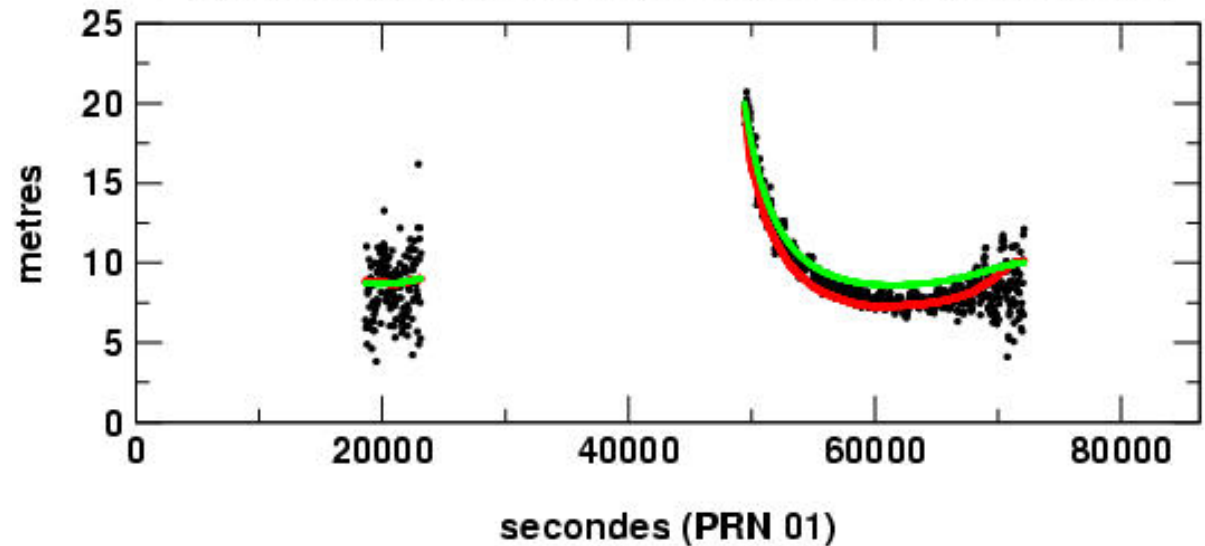
Dans les données GPS,  
on distingue nettement  
le bruit plus

élevé sur le Range

et l'augmentation du

“bruit” à basse élévation,  
au bord des passages.

Correction ionosphérique (station POTS DOY 099/2004))



# Ionosphère et combinaison iono-free

Au premier ordre la combinaison linéaire **iono-free** entre 2 fréquences élimine la contribution ionosphérique au temps de trajet.

$$c \tau_{iono}(f_i) = \frac{A_1}{f_i^2} + \frac{A_2}{f_i^3} + \textit{termes de plus hauts degrés..}$$

Le deuxième terme (effets exceptionnellement centimétriques) sera éliminé avec la troisième fréquence...

/!\ **retard** pour le code (vitesse de groupe)

et **avance** pour la phase (vitesse de phase)

# Décalage troposphérique

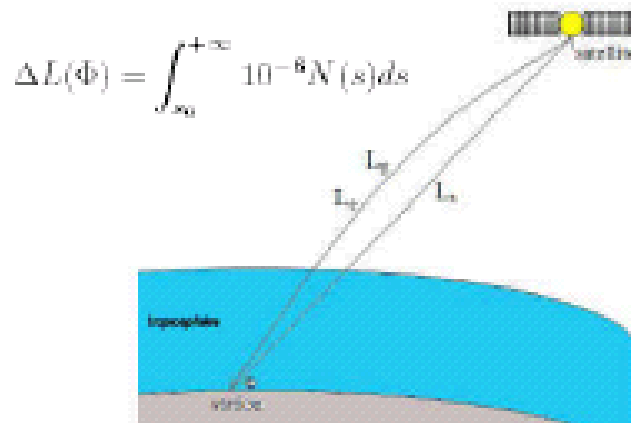
Pression et contenu en hum. variable

=> Vitesse de propagation < c

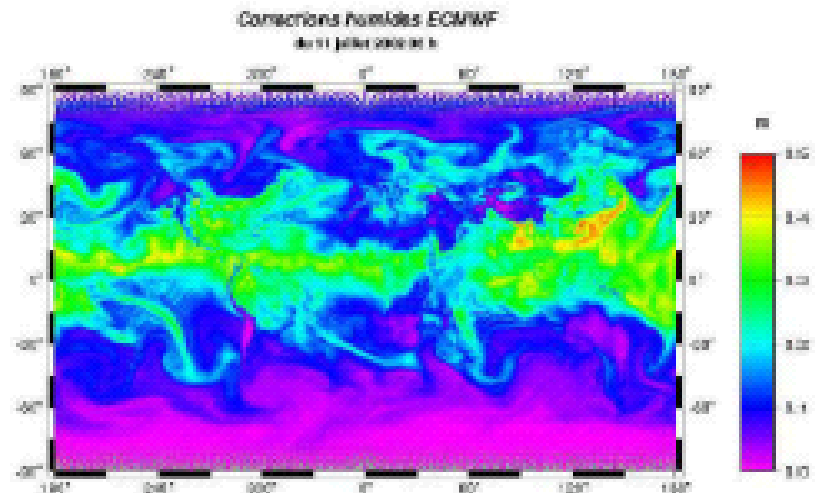
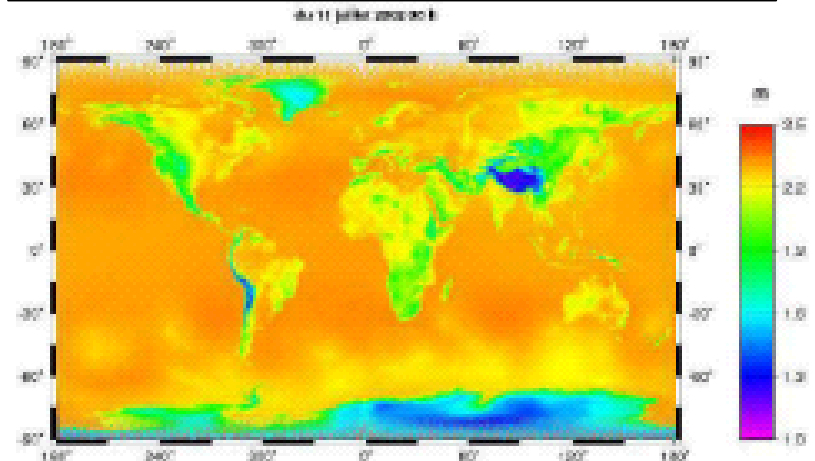
L'allongement troposphérique peut se calculer a priori :

1. par la connaissance des paramètres météorologiques (P, T, H) en station et l'utilisation de modèle de la troposphère en équilibre hydrostatique;
2. par l'intégration des modèles 3D de l'ECMWF (sur 60 couches)

Des corrections zénithales précises à quelques millimètres sont ajustées par tranche horaire avec les paramètres orbitaux (et autres) et peuvent être utilisées pour préciser la tomographie de la troposphère.



Exemple de cartes de corrections sèches et humides



# Corrections relativistes

## **Formalisme utilisé en géodésie spatiale :**

On travaille en mécanique classique et on considère les effets de la relativité sous forme de **corrections** issues de l'approximation des équations géodésiques (IERS Conventions 2003, chapter 10 & 11).

- **Les termes relativistes sont « discrets » mais non négligeables**
- **La relativité fait partie des standards** et affecte les systèmes de référence utilisés

Deux corrections sont prises en compte pour la modélisation de la mesure :

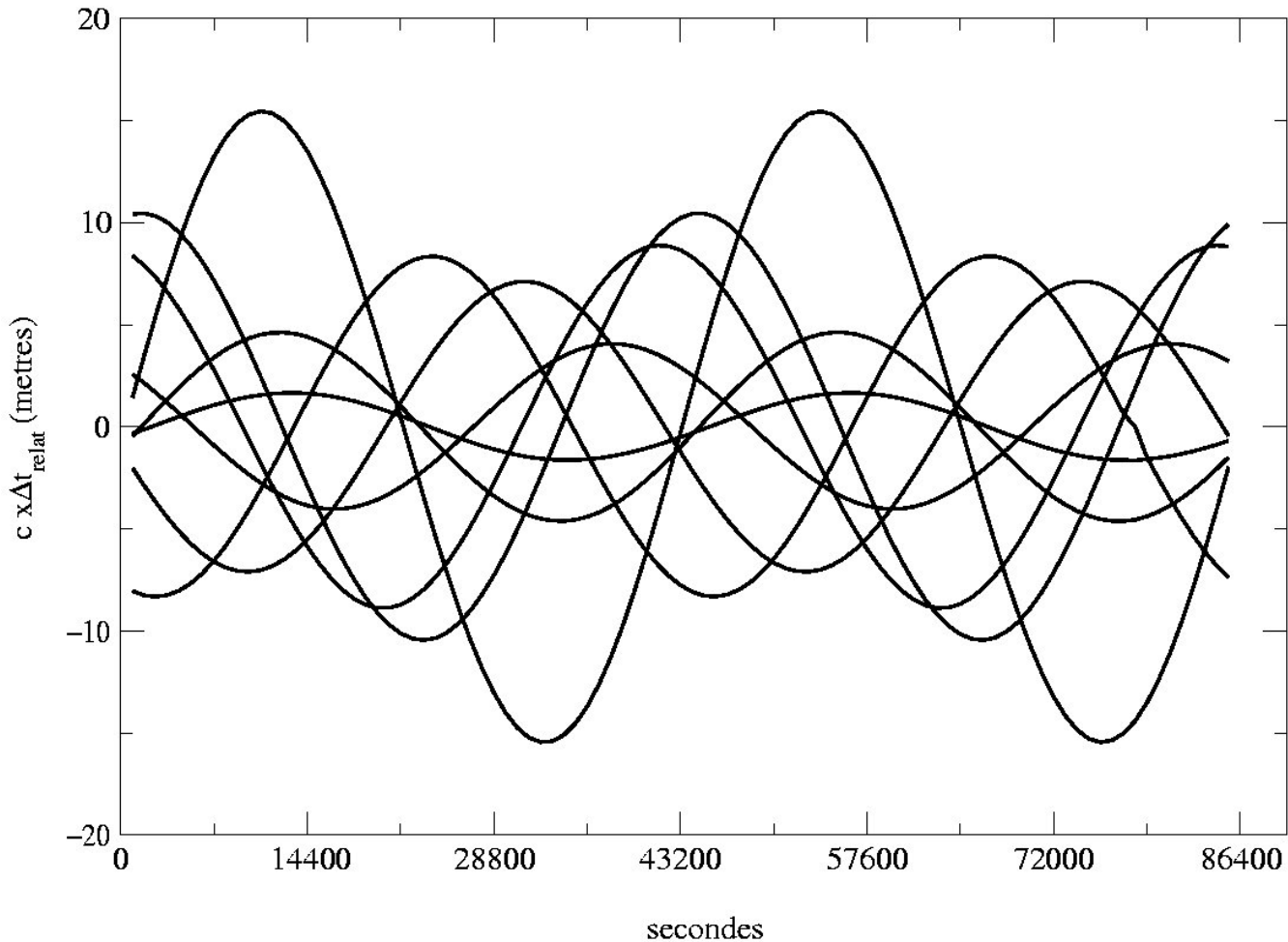
1. Correction liée à la courbure du trajet de l'onde radio
2. Correction sur les horloges émettrices

(IERS Conventions 2003, chapter 10 & 11)

# Corrections relativistes : exemple

Exemples de la partie variable de l'effet relativiste sur les horloges GPS bord.

(50 nanosecondes = environ 15 metres)





# Equation de mesure GPS : Horloges

=> Pour les applications précises,

LES HORLOGES seront ESTIMEES (à partir des mesures)

ou ELIMINEES (via des combinaisons de mesures)

$$P(f_i) = c(\tau_{geom} + \tau_{iono}(f_i) + \tau_{tropo} + \tau_{relat}) + c\Delta t_r - c\Delta t_e + \sigma_P$$
$$L(f_i) = c(\tau_{geom} - \tau_{iono}(f_i) + \tau_{tropo} + \tau_{relat}) + c\Delta t_r - c\Delta t_e + \lambda_i N_i + \sigma_L$$

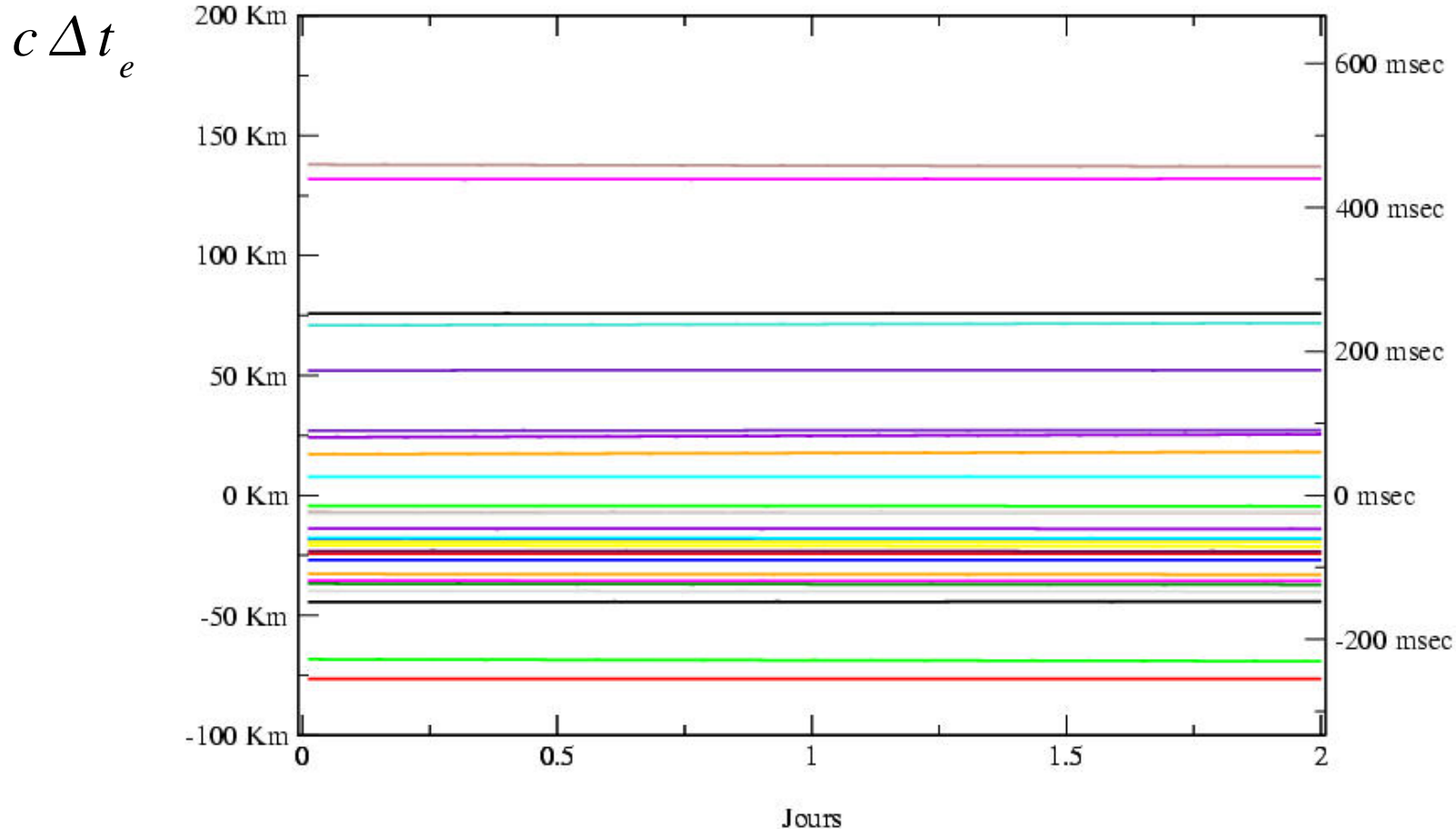
 Commun à toutes les mesures du satellite e

 Commun à toutes les mesures du récepteur r

 Commun à toutes les mesures du passage

# Equation de mesure GPS : Horloges hautes

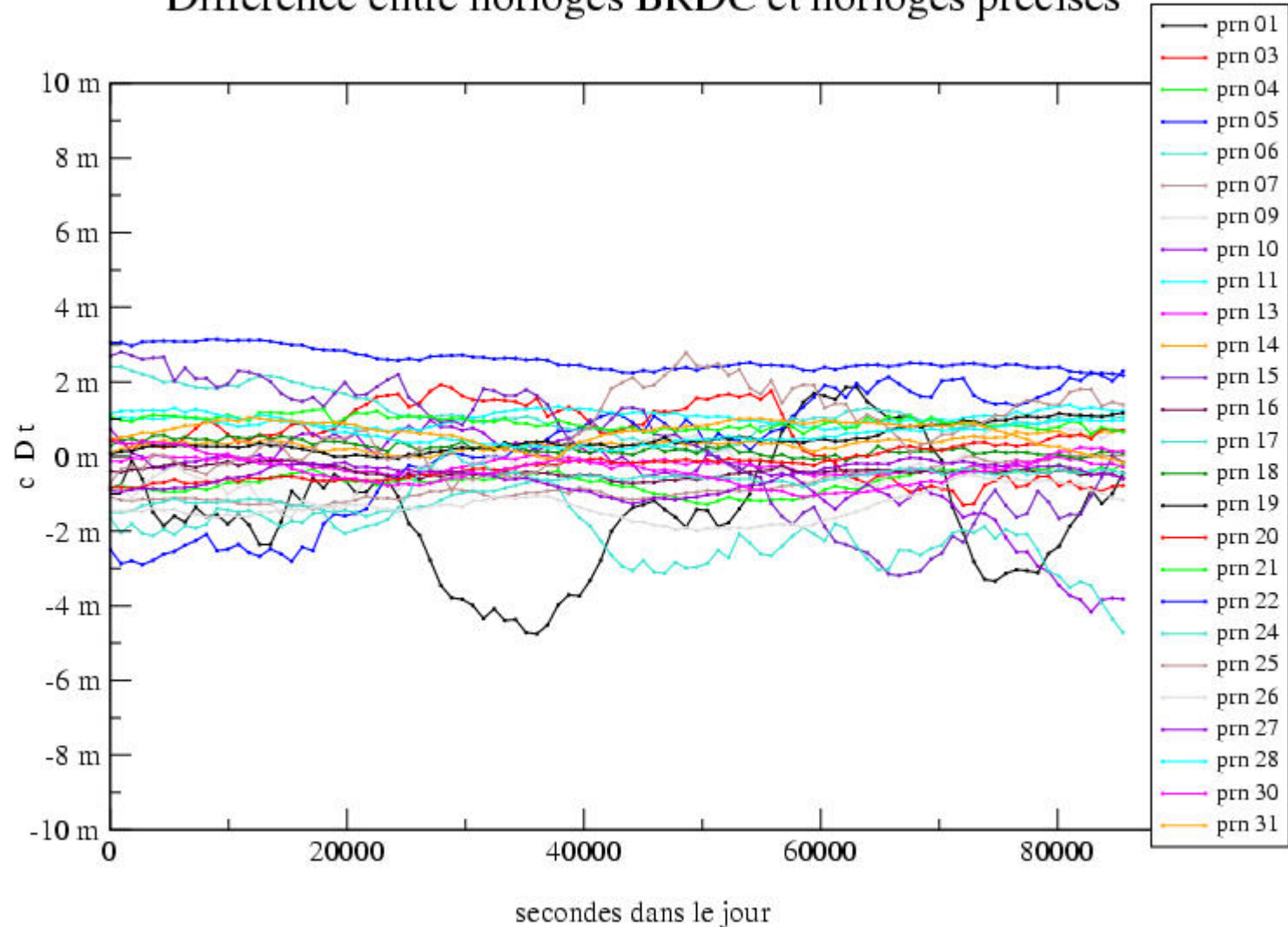
Différences entre horloges des satellites GPS et Temps GPS



Contenue dans les Broadcast Ephemeris MAIS valeurs imprécises...

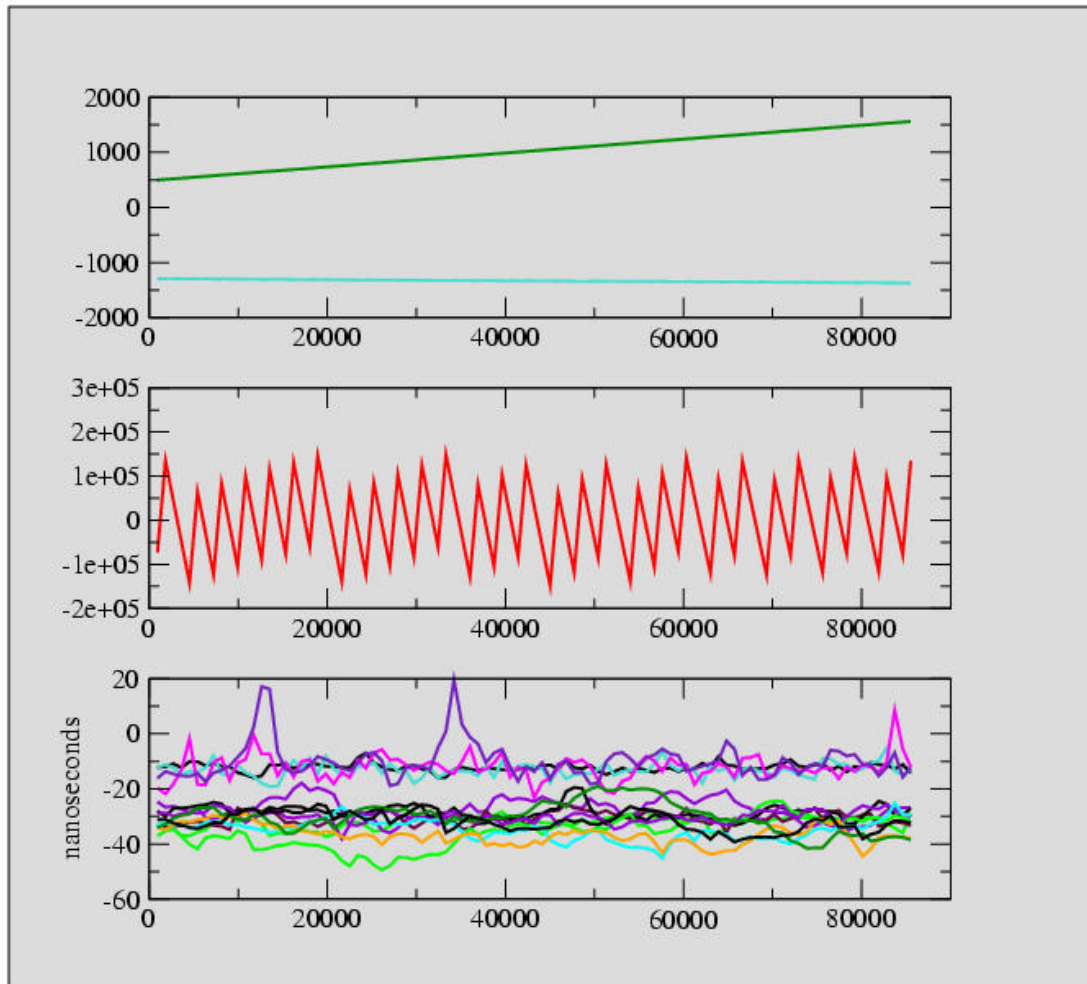
# Equation de mesure GPS : Horloges hautes

Difference entre horloges BRDC et horloges précises



# Equation de mesure GPS : Horloges stations

Autant d'horloges que de récepteurs :



<---- Dérives et biais

<---- Dérives et recalage régulier

<---- Horloges "calées" sur TGPS

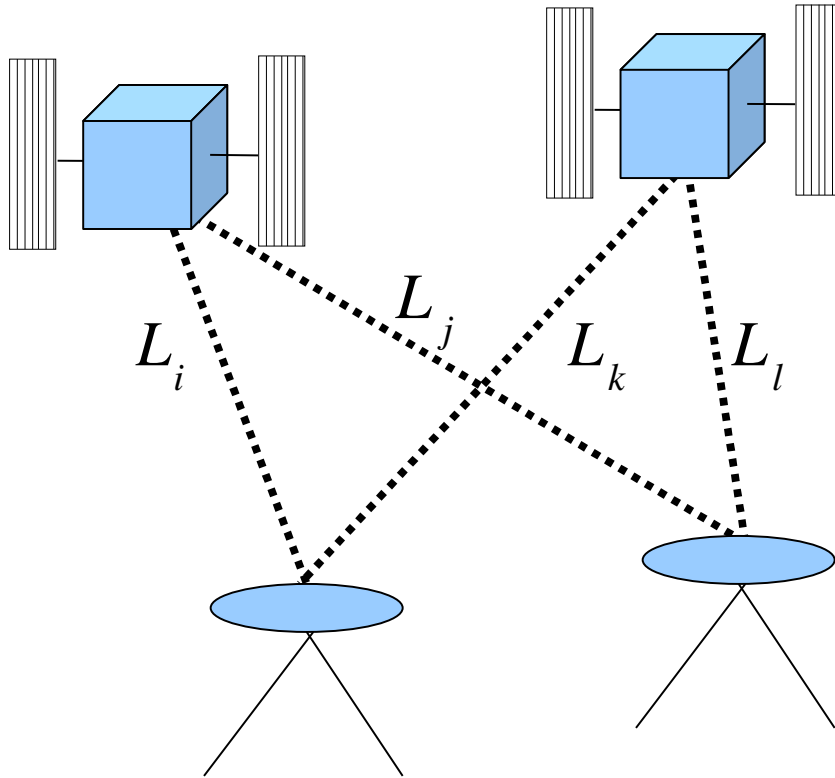
# Combinaisons de mesures GPS

| Nom  | Type                                     | Rôle  |
|--|--|---|
| Iono-free                                      | entre fréquences                         | Élimine la ionosphère   |
| Double différence                              | Entre 2 récepteurs et 2 sats             | Élimine les horloges  |
| Combinaison wide-lane<br>(et Melbourne Wubben) | Entre fréquences<br>Entre range et phase | Utile aux ambiguïtés entières<br>Élimine tout sauf les ambiguïtés |

Code = 10.23MHz; Phase L1 =  $154 \times 10.23\text{MHz}$  ( 19 cm )

L2 =  $120 \times 10.23\text{MHz}$  ( 24.4 cm )

# Doubles différences



$\Rightarrow$  Elimine les paramètres et les constantes communes aux satellites et aux stations.

$$DDL_{ijkl} = L_i - L_j - (L_k - L_l) \quad (\text{sur tous les observables de même nature})$$

# Doubles différences iono-free

A partir de 4 mesures individuelles de phase on obtient une nouvelle mesure de phase :

$$DD L_{ionofree} = c (DD \tau_{geom} + DD \tau_{tropo} + DD \tau_{relat}) + DD R + DD \sigma_L$$

$DD R =$  Ambiguïté iono free double différence (voir plus loin)

$DD \sigma_L =$  Combinaison des bruits des mesures individuelles

=> On a plus de problèmes avec les horloges (disparues) **mais** :

Une mesure NDIF participant à priori à plusieurs DD, on doit prendre en compte la **corrélacion des mesures** entre elles.

# Doubles différences (corrélation des mesures)

$Cov(DD_{ijkl}, DD_{i'j'k'l'}) = 0$  : aucune mesure en commun

$Cov(DD_{ijkl}, DD_{ij'k'l'}) = +\sigma_i^2$  : 1 mesure en commun

$Cov(DD_{ijkl}, DD_{i'ik'l'}) = -\sigma_i^2$  : 1 mesure en commun

$Cov(DD_{ijkl}, DD_{ijk'l'}) = +\sigma_i^2 + \sigma_j^2$  : 2 mesure en commun

$Cov(DD_{ijkl}, DD_{ijkl}) = +\sigma_i^2 + \sigma_j^2 + \sigma_k^2 + \sigma_l^2$  : terme diagonal

*etc...*

Impossible de faire des mesures DD qui seraient des combinaisons linéaires entre elles car la matrice de covariance devient singulière et non inversible : contrainte sur l'algorithme de formation des doubles différences.



# Doubles différences (ambiguïtés entières)

## Fixer les ambiguïtés entières : motivation

Dans un traitement de données classique à partir de la mesure de phase le nombre de paramètres d'ambiguïté domine :

*exemple : pour une ligne de base et 1 jour de traitement :*

*3 coordonnées / 20 paramètres tropo / 50 ambiguïtés DD*

Ces paramètres sont a priori des combinaisons d'entiers et fixer leur valeur revient à les éliminer du problème.

Cela **réduit** la taille du système à résoudre et **augmente la stabilité** des solutions pour les autres paramètres.

# Doubles différences (ambiguïtés entières)

Résoudre les **ambiguïtés entières** c'est trouver une valeur entière pour  $DDN_1$  et  $DDN_2$  dans l'expression réelle :

$$DDR_3 = \frac{c}{f_1^2 - f_2^2} (f_1 DDN_1 - f_2 DDN_2) \quad \text{Attention!!} \quad DDR_3 \in \mathbb{R}$$

**Nécessite :**

- 1. le calcul des meilleurs résidus possibles*
- 2. l'estimation des paramètres réels  $DDR_3$*
- 3. la recherche des valeurs entières*
- 4. la fixation proprement dite qui consiste à éliminer le paramètre à la valeur trouvée.*

# Doubles différences (ambiguïtés entières)

## Principe de l'algorithme utilisé dans GINS\*:

1. Résolution réelle
2. Correction de la wide-lane
3. Tri des ambiguïtés dans l'ordre
4. Recherche des bons entiers et fixation
  - 3.1 Recherche du meilleur couple pour l'ambiguïté en cours
  - 3.2 Application des critères de fixation
  - 3.3 Mise à jour des solutions avec la valeur trouvée fixée
  - 3.4 Passage à l'ambiguïté suivante (3.1)
5. Arrêt si plus aucune ambiguïté ne satisfait les critères de fixation

\* inspiré du Quasi Ionosphère Free du BERNESE Software

# Doubles différences (Correction wide-lane)

La **combinason wide-lane** entre les mesures de code et de phase donne accès à la différence des ambiguïtés  $DDN_1 - DDN_2$ :

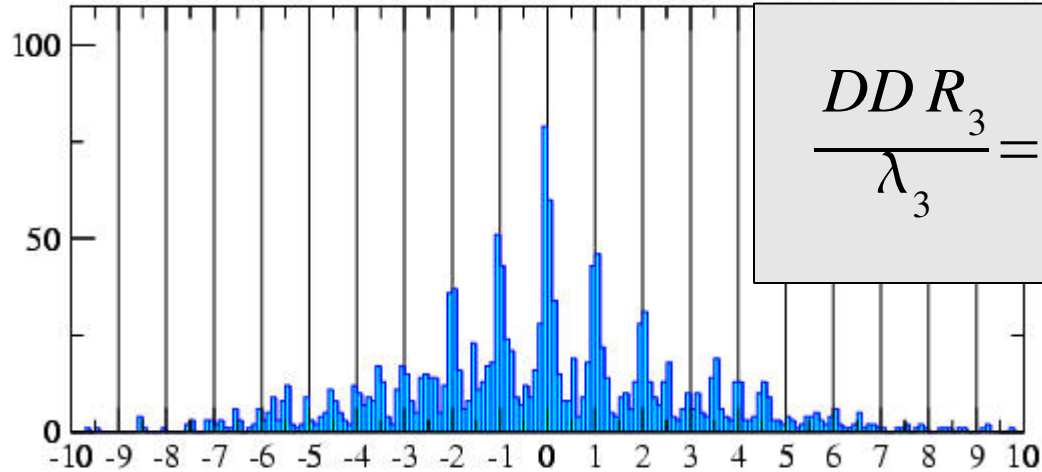
$$DDL_{WL} - DD P_{WL} = \lambda_{WL} (DD N_1 - DD N_2) = \lambda_{WL} DD N_{WL}$$

On peut exprimer l'ambiguïté réelle iono free double différence comme une combinaison de  $N_1$  et  $N_{WL}$  :

$$DDR_3 = \frac{f_1}{f_1 - f_2} \lambda_{WL} DD N_{WL} - \lambda_3 DD N_1$$

# Doubles différences (ambiguïtés entières)

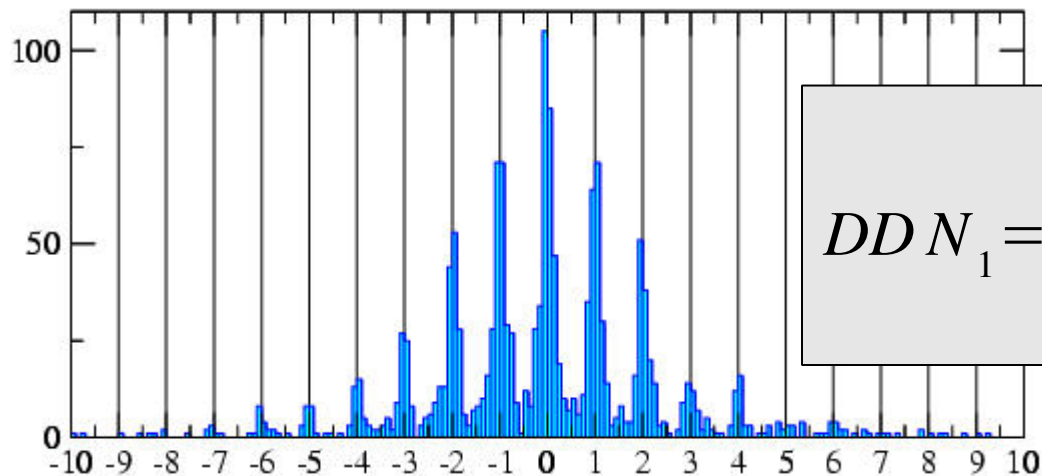
WL non corrigées



$$\frac{DD R_3}{\lambda_3} = \frac{f_1}{f_1 - f_2} \frac{\lambda_{WL}}{\lambda_3} DD N_{WL} - DD N_1$$

La correction de la WL,...  
limite l'espace de recherche.

WL corrigées



$$DD N_1 = \frac{DD R_3}{\lambda_3} - \frac{f_1}{f_1 - f_2} \frac{\lambda_{WL}}{\lambda_3} DD \tilde{N}_{WL}$$

cycles narrow-lane ( $R_3/\lambda_3$ )

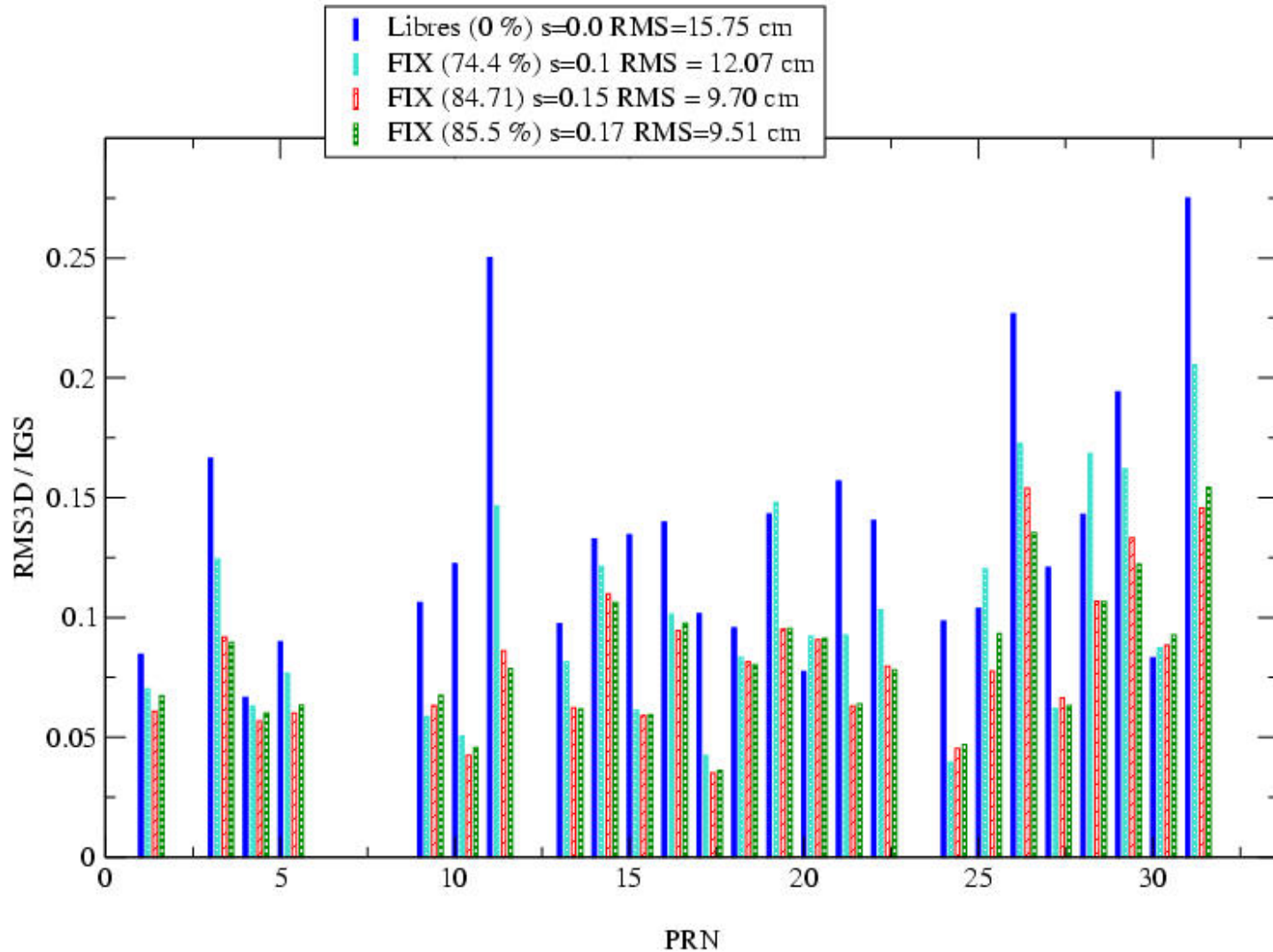
# Doubles différences (ambiguïtés entières)

De nombreuses “variantes” sont possibles à tous les niveaux de l'algorithme précédent en particulier sur les critères de fixation et l'ordre dans lequel sont testées les ambiguïtés.

## Aujourd'hui :

- tri dans l'ordre des meilleurs sigmas
- décision de fixation si un couple satisfait :
  - a. 1er couple candidat compatible avec sigma et proche du réel estimé.
  - b. 2ème meilleur couple candidat éloigné.

# Ambiguïtés entières (exemple)



# Ambiguïtés entières (ex. issu de la campagne Bretagne)

